



绝密★启用前

2020年普通高等学校招生全国统一考试

数学

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 设集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | 2 < x < 4\}$, 则 $A \cup B =$
A. $\{x | 2 < x \leq 3\}$ B. $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$ C. $\{x | 1 \leq x < 4\}$ D. $\{x | 1 < x < 4\}$
- $\frac{2-i}{1+2i} =$
A. 1 B. -1 C. i D. -i
- 6名同学到甲、乙、丙三个场馆做志愿者,每名同学只去1个场馆,甲场馆安排1名,乙场馆安排2名,丙场馆安排3名,则不同的安排方法共有
A. 120种 B. 90种 C. 60种 D. 30种
- 日晷是中国古代用来测定时间的仪器,利用与晷面垂直的晷针投射到晷面的影子来测定时间。把地球看成一个球(球心记为O),地球表面上一点A的纬度是指OA与地球赤道所在平面所成角,点A处的水平面是指过点A且与OA垂直的平面。在点A处放置一个日晷,若晷面与赤道所在平面平行,点A处的纬度为北纬 40° ,则晷针与点A处的水平面所成角为
A. 20° B. 40° C. 50° D. 90°

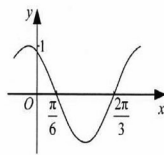


数学试题第1页(共5页)

- 某中学的学生积极参加体育锻炼,其中有96%的学生喜欢足球或游泳,60%的学生喜欢足球,82%的学生喜欢游泳,则该中学既喜欢足球又喜欢游泳的学生数占该校学生总数的比例是
A. 62% B. 56% C. 46% D. 42%
- 基本再生数 R_0 与世代间隔 T 是新冠肺炎的流行病学基本参数。基本再生数指一个感染者传染的平均人数,世代间隔指相邻两代间传染所需的平均时间。在新冠肺炎疫情初始阶段,可以用指数模型: $I(t) = e^{rt}$ 描述累计感染病例数 $I(t)$ 随时间 t (单位:天)的变化规律,指数增长率 r 与 R_0 , T 近似满足 $R_0 = 1 + rT$ 。有学者基于已有数据估计出 $R_0 = 3.28$, $T = 6$ 。据此,在新冠肺炎疫情初始阶段,累计感染病例数增加1倍需要的时间约为 $(\ln 2 \approx 0.69)$
A. 1.2天 B. 1.8天 C. 2.5天 D. 3.5天
- 已知 P 是边长为2的正六边形 $ABCDEF$ 内的一点,则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的取值范围是
A. $(-2, 6)$ B. $(-6, 2)$ C. $(-2, 4)$ D. $(-4, 6)$
- 若定义在 \mathbf{R} 的奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 单调递减,且 $f(2) = 0$, 则满足 $x f(x-1) \geq 0$ 的 x 的取值范围是
A. $[-1, 1] \cup [3, +\infty)$ B. $[-3, -1] \cup [0, 1]$
C. $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$ D. $[-1, 0] \cup [1, 3]$

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得5分,有选错的得0分,部分选对的得3分。

- 已知曲线 $C: mx^2 + ny^2 = 1$.
A. 若 $m > n > 0$, 则 C 是椭圆,其焦点在 y 轴上
B. 若 $m = n > 0$, 则 C 是圆,其半径为 \sqrt{n}
C. 若 $mn < 0$, 则 C 是双曲线,其渐近线方程为 $y = \pm \sqrt{\frac{m}{n}}x$
D. 若 $m = 0, n > 0$, 则 C 是两条直线
- 右图是函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图像,则 $\sin(\omega x + \varphi) =$
A. $\sin(x + \frac{\pi}{3})$
B. $\sin(\frac{\pi}{3} - 2x)$
C. $\cos(2x + \frac{\pi}{6})$
D. $\cos(\frac{5\pi}{6} - 2x)$



数学试题第2页(共5页)

11. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a + b = 1$, 则

- A. $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ B. $2^{a-b} > \frac{1}{2}$
C. $\log_2 a + \log_2 b \geq -2$ D. $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2}$

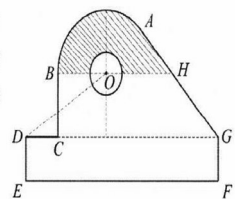
12. 信息熵是信息论中的一个重要概念。设随机变量 X 所有可能的取值为 $1, 2, \dots, n$, 且

$$P(X=i) = p_i > 0 (i=1, 2, \dots, n), \sum_{i=1}^n p_i = 1, \text{ 定义 } X \text{ 的信息熵 } H(X) = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i.$$

- A. 若 $n=1$, 则 $H(X)=0$
B. 若 $n=2$, 则 $H(X)$ 随着 p_1 的增大而增大
C. 若 $p_i = \frac{1}{n} (i=1, 2, \dots, n)$, 则 $H(X)$ 随着 n 的增大而增大
D. 若 $n=2m$, 随机变量 Y 所有可能的取值为 $1, 2, \dots, m$, 且 $P(Y=j) = p_j + p_{2m+1-j} (j=1, 2, \dots, m)$, 则 $H(X) \leq H(Y)$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

- 斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点, 且与 C 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____.
- 将数列 $\{2n-1\}$ 与 $\{3n-2\}$ 的公共项从小到大排列得到数列 $\{a_n\}$, 则 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 _____.
- 某中学开展劳动实习,学生加工制作零件,零件的截面如图所示。O为圆孔及轮廓圆弧AB所在圆的圆心, A是圆弧AB与直线AG的切点, B是圆弧AB与直线BC的切点, 四边形DEFG为矩形, $BC \perp DG$, 垂足为C, $\tan \angle ODC = \frac{3}{5}$, $BH \parallel DG$, $EF = 12 \text{ cm}$, $DE = 2 \text{ cm}$, A到直线DE和EF的距离均为7cm, 圆孔半径为1cm, 则图中阴影部分的面积为 _____ cm^2 .
- 已知直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长均为2, $\angle BAD = 60^\circ$. 以 D_1 为球心, $\sqrt{5}$ 为半径的球面与侧面 BCC_1B_1 的交线长为 _____.



数学试题第3页(共5页)

四、解答题:本题共6小题,共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

- (10分)
在① $ac = \sqrt{3}$, ② $c \sin A = 3$, ③ $c = \sqrt{3}b$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 若问题中的三角形存在, 求 c 的值; 若问题中的三角形不存在, 说明理由。
问题: 是否存在 $\triangle ABC$, 它的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sin A = \sqrt{3} \sin B$, $C = \frac{\pi}{6}$, _____?
注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分。

- (12分)
已知公比大于1的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_4 = 20$, $a_3 = 8$.
(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 记 b_m 为 $\{a_n\}$ 在区间 $(0, m]$ ($m \in \mathbf{N}^*$) 中的项的个数, 求数列 $\{b_m\}$ 的前100项和 S_{100} .

- (12分)
为加强环境保护, 治理空气污染, 环境监测部门对某市空气质量进行调研, 随机抽查了100天空气中的PM2.5和SO₂浓度(单位: $\mu\text{g}/\text{m}^3$), 得下表:

	SO ₂	[0, 50]	(50, 150]	(150, 475]
PM2.5	[0, 35]	32	18	4
	(35, 75]	6	8	12
	(75, 115]	3	7	10

- 估计事件“该市一天空气中PM2.5浓度不超过75, 且SO₂浓度不超过150”的概率;
- 根据所给数据, 完成下面的2x2列联表:

	SO ₂	[0, 150]	(150, 475]
PM2.5	[0, 75]		
	(75, 115]		

- 根据(2)中的列联表, 判断是否有99%的把握认为该市一天空气中PM2.5浓度与SO₂浓度有关?

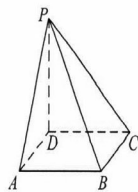
$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad P(K^2 \geq k) \begin{matrix} 0.050 & 0.010 & 0.001 \\ 3.841 & 6.635 & 10.828 \end{matrix}$$

数学试题第4页(共5页)

20. (12分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为正方形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$. 设平面 PAD 与平面 PBC 的交线为 l .

- 证明: $l \perp$ 平面 PDC ;
- 已知 $PD = AD = 1$, Q 为 l 上的点, 求 PB 与平面 QCD 所成角的正弦值的最大值.



21. (12分)

已知函数 $f(x) = ae^{x-1} - \ln x + \ln a$.

- 当 $a = e$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积;
- 若 $f(x) \geq 1$, 求 a 的取值范围.

22. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 且过点 $A(2, 1)$.

- 求 C 的方程;
- 点 M, N 在 C 上, 且 $AM \perp AN$, $AD \perp MN$, D 为垂足. 证明: 存在定点 Q , 使得 $|DQ|$ 为定值.

数学试题第5页(共5页)

绝密★启用前

2020年普通高等学校招生全国统一考试

数学试题参考答案

一、选择题

1. C 2. D 3. C 4. B
5. C 6. B 7. A 8. D

二、选择题

9. ACD 10. BC 11. ABD 12. AC

三、填空题

13. $\frac{16}{3}$ 14. $3n^2 - 2n$ 15. $\frac{5\pi}{2} + 4$ 16. $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$

四、解答题

17. 解:

方案一: 选条件①.

由 $C = \frac{\pi}{6}$ 和余弦定理得 $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

由 $\sin A = \sqrt{3} \sin B$ 及正弦定理得 $a = \sqrt{3}b$.

于是 $\frac{3b^2 + b^2 - c^2}{2\sqrt{3}b^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 由此可得 $b = c$.

由① $ac = \sqrt{3}$, 解得 $a = \sqrt{3}, b = c = 1$.

因此, 选条件①时问题中的三角形存在, 此时 $c = 1$.

方案二: 选条件②.

由 $C = \frac{\pi}{6}$ 和余弦定理得 $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

由 $\sin A = \sqrt{3} \sin B$ 及正弦定理得 $a = \sqrt{3}b$.

于是 $\frac{3b^2 + b^2 - c^2}{2\sqrt{3}b^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 由此可得 $b = c, B = C = \frac{\pi}{6}, A = \frac{2\pi}{3}$.

数学试题参考答案第1页(共5页)



壹美整形
YIMEI PLASTIC

美丽就是竞争力
韩式轻氧眉

¥680

祝高考学子不负青春



2212222

淄博张店区柳泉路156号(人民公园东)